

ISSN: 2319-0124

UTILIZAÇÃO DE ALGORITMOS GENÉTICOS PARA OBTENÇÃO DE RAÍZES DE EQUAÇÕES

Camila B. S. CALDAS¹; Tiago G. BOTELHO²

RESUMO

O cálculo de zeros de funções são necessários e recorrentes em diversas áreas do conhecimento. Como exemplo, temos os mais diversos problemas científicos da matemática e física e também situações da engenharia elétrica. Por isso, a pesquisa justifica-se visto sua necessidade e, também, a estagnação do surgimento de novos métodos que realizem tal feito de forma diferente dos métodos tradicionais como os métodos da bissecção e de Newton-Raphson. O método proposto conta com uma estrutura que utilizará o algoritmo genético para obter essas raízes.

Palavras-chave:

algoritmo genético, raízes, bissecção, Newton-Raphson

1. INTRODUÇÃO

Encontrar os zeros de uma função real é um dos mais antigos problemas da matemática. As primeiras evidências de civilizações antigas abordando esse problema datam de aproximadamente 2000 a.C. (EVES, 2004). Para os casos mais simples tais como encontrar as raízes de funções lineares, quadráticas e cúbicas existem métodos algébricos bem definidos que podem ser utilizados. Entretanto, para casos mais gerais, não há um modo padrão para resolução. Por esse motivo, na maioria das vezes, torna-se necessário recorrer a um método numérico (BARROSO, 1974). Vários métodos numéricos foram sendo criados ao longo do tempo na tentativa de se encontrar aquele que fosse o ideal, dentre eles, podemos citar o Método de Newton-Raphson e da Bissecção. Um fator em comum dentre os métodos citados é a existência de uma certa dependência no(s) valor(es) de entrada. Para utilizarmos o método da Bissecção, por exemplo, temos que estimar dois valores formando um intervalo. Já para o método de Newton-Raphson deve-se estimar um ponto de partida. Esse tipo de necessidade faz com que esse ponto inicial seja um fator importante e potencialmente decisivo na convergência para uma raiz.

A problemática de encontrar as raízes de equações vê-se necessária em várias áreas do conhecimento, principalmente na engenharia e em problemas científicos (BARROSO, 1987). Na engenharia, por exemplo, é um problema que ocorre com frequência na geração e distribuição de energia elétrica e em aplicações de planejamento de trajetória/caminho (KARR; WECK; FREEMAN, 1998). Já Marins (1982), descreve em sua pesquisa a importância de encontrar os zeros das funções para encontrar a frequência de vibração natural em vários sistemas elétricos e mecânicos.

E, embora vários métodos tenham sido desenvolvidos para atacar essa classe de problemas numéricos, um dos métodos mais utilizados ainda continua sendo o método de Newton-Raphson mesmo tendo características de convergência e desempenho altamente sensíveis à suposição inicial da solução fornecida ao método (BARROSO, 1987).

¹IFSULDEMINAS – *Campus* Muzambinho. E-mail: 12201001251@muz.ifsuldeminas.edu.br.

²Orientador, IFSULDEMINAS – *Campus* Inconfidentes. E-mail: tiago.botelho@muz.ifsuldeminas.edu.br.

2. FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA

Algoritmo Genético

Os algoritmos genéticos (AG) foram inventados por John Holland na década de 1960 e posteriormente desenvolvidos por ele, seus alunos e colegas da Universidade de Michigan nas décadas de 60 e 70. Seu objetivo era estudar formalmente o fenômeno da adaptação como ocorre na natureza e desenvolver maneiras pelas quais os mecanismos de adaptação natural podem ser importados em sistemas de computador (MITCHELL, 1995). O Algoritmo Genético desenvolvido por Holland é um método para passar de uma população de cromossomos (uma sequência de bits) para uma nova população usando um tipo de seleção natural junto com os operadores inspirados na genética como o cruzamento, a mutação e a inversão. Cada cromossomo consiste em genes (bits) e cada gene é uma instância de um alelo específico (0 ou 1). Os cromossomos da população que poderão se reproduzir são escolhidos pelo operador de seleção e, em média, os mais aptos produzem mais descendentes do que os menos aptos. O cruzamento troca partes de dois cromossomos, imitando a recombinação biológica entre dois organismos de cromossomo único. A mutação altera aleatoriamente os valores dos alelos de alguns locais no cromossomo e a inversão inverte a ordem de uma seção contígua do cromossomo, reorganizando assim a ordem na qual os genes são dispostos (MITCHELL, 1996).

A estrutura de funcionamento de um algoritmo genético pode ser representado pelo fluxograma apresentado na Figura 1.

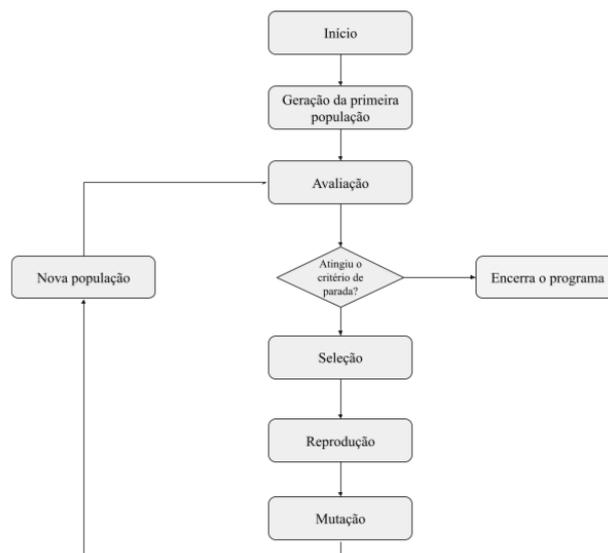


Figura 1: fluxograma representativo da estrutura de funcionamento de um algoritmo genético

Dado seu início, a primeira etapa consiste em gerar a população. A segunda etapa consiste em avaliar a população para determinar se ela atingiu o critério de parada estipulado. Caso tenha atingido, o programa se encerra, senão a população passa pela terceira etapa que consiste no processo de seleção dos cromossomos mais aptos. Em seguida, na quarta etapa, é realizada a reprodução dos cromossomos escolhidos. A quinta etapa consiste em realizar mutação desses pares de cromossomos para, assim, gerar a nova população. Essa nova população será encaminhada para a segunda etapa completando assim um ciclo.

3. MATERIAL E MÉTODOS

Para alcançarmos nossos objetivos realizamos algumas etapas. Inicialmente, determinamos uma estratégia inicial referente à estrutura do método proposto. Essa estrutura envolve determinar um intervalo e calcular o máximo ou mínimo da função no intervalo de forma a tentar refinar a primeira geração da população e, usar o cálculo de erros como avaliação das gerações. Em seguida, determinamos a linguagem que será utilizada na implementação do método. A linguagem escolhida foi Python devido a sua natureza intuitiva na hora de programar, a quantidade de bibliotecas disponíveis e a grande comunidade de usuários.

No mais, os próximos passos serão a determinação de como obteremos o erro entre iterações para selecionarmos o comportamento desejado e, com isso, obtermos a melhor população para a próxima geração, a criação de um pseudocódigo do algoritmo genético para depois o implementá-lo, e, por fim, compararemos os resultados obtidos pelo método desenvolvido com métodos de cálculo de raízes já existentes a fim de determinarmos sua possível eficiência.

4. RESULTADOS E DISCUSSÕES

Como abordado anteriormente, definimos uma estratégia inicial para a construção do método. Esta estratégia inicial consiste no cálculo de máximo ou mínimo local da função dentro de um intervalo. A população gerada será avaliada por meio do cálculo de erro. Caso o erro obtido tenha sido satisfatório ou a quantidade de iterações máximas tenha sido atingida, o algoritmo será encerrado. Caso contrário, será gerada uma nova população que será avaliada, formando assim um ciclo. A Figura 2 mostra a estrutura da implementação do método descrito.

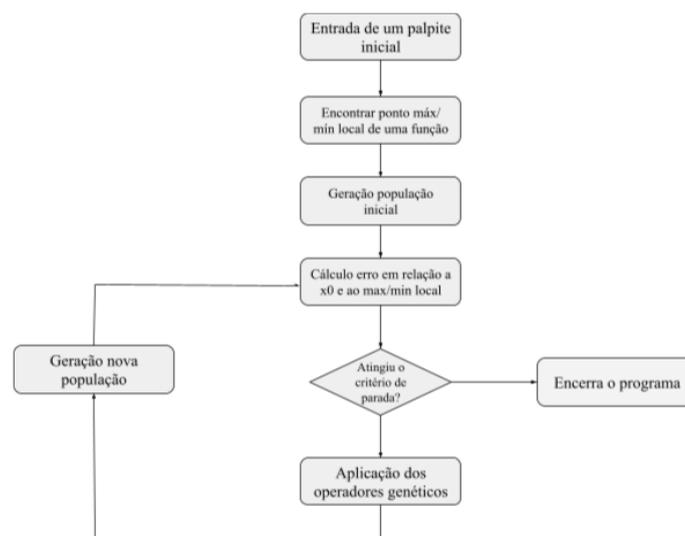


Figura 2: fluxograma representativo da estrutura de funcionamento do método a ser desenvolvido.

Como a estratégia definida utiliza do cálculo de máximo ou mínimo local da expressão, implementamos uma função que realiza essa tarefa. Para verificar seu funcionamento, introduzimos as funções x^3 e $\sin(x)$ e plotamos seus respectivos gráficos. As Figuras 3, mostra os gráficos das expressões com o ponto de mínimo ou máximo local encontrado pela função.

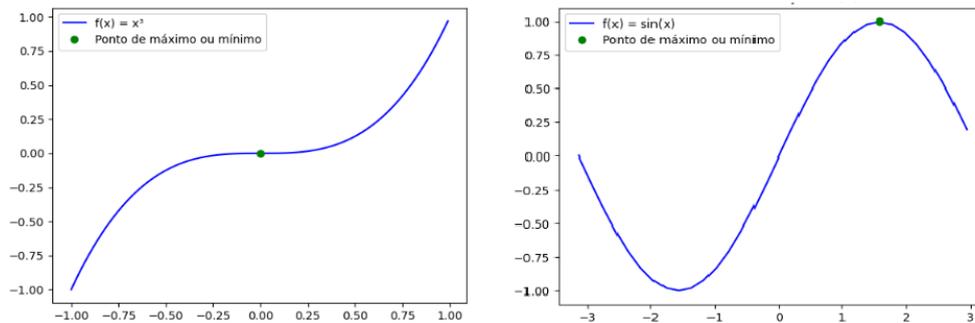


Figura 3: gráfico da função x^3 com o ponto de mínimo ou máximo local encontrado entre o intervalo $[-1,1]$ e gráfico da função $\sin(x)$ com o ponto de mínimo ou máximo local encontrado entre o intervalo $[-1,1]$.

As coordenadas de máximo ou mínimo local encontrado para x^3 e $\sin(x)$, respectivamente, foram $[0,0]$ e $[2,1]$.

5. CONCLUSÕES

A presente pesquisa espera prover um novo método para obtenção de raízes utilizando algoritmo genético como alternativa para os métodos existentes. Também, realizar um comparativo entre o método desenvolvido e métodos tradicionais para analisar sua eficiência.

Durante essa análise, ensejamos verificar o número de iterações necessárias no cálculo de raízes de equações e comparar a eficiência do método desenvolvido em relação ao número de iterações de outros métodos.

REFERÊNCIAS

- BARROSO, L. C. et al. Cálculo Numérico . São Paulo: Harbra Ltda, 1987. Boyer, Carl B. História da Matemática. São Paulo. Edgard Blucher, 1974
- BARROSO, L. C. et al. Cálculo Numérico com Aplicações. Harbra Ltda, São Paulo, 1987.
- EVES, H. Introdução à história da matemática. Tradução de Hygino H. Domingues Campinas: Editora da UNICAMP, 2004.
- KARR, C. L.; WECK, Berry; FREEMAN, L. M. Solutions to systems of nonlinear equations via a genetic algorithm. Engineering Applications of Artificial Intelligence, v. 11, ed. 3, p. 369-375, 1 jun. 1998.
- MARINS, J. M. Métodos Computacionais para o cálculo de raízes reais de equações polinomiais. Orientador: Dalcídio Morais Claudio. 1982. 367 f. Dissertação (Mestrado em Ciência da Computação) - Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre, 1982.
- MITCHELL, Melanie. Genetic Algorithms: An Overview. In: GENETIC Algorithms: An Overview: Santa Fe Institute. Santa Fe, 1995.
- MITCHELL, Melanie. An Introduction to Genetic Algorithms. 5. ed. Cambridge: MIT Press, 1996. 143 p. ISBN 0-262-13316-4.