ISSN:2319-0124
josif 2023
15ª JORNADA CIENTÍFICA E TECNOLÓGICA
12º SIMPÓSIO DE PÓS-GRADUAÇÃO
DO IFSULDEMINAS
REALIZAÇÃO INSTITUTO FEDERAL Sul de Minas Gerais
APOIO FAPEMIG CNPq

RELAÇÃO ENTRE O PARADOXO DE RUSSELL E O PARADOXO DO BARBEIRO

Laura L. F. REZENDE[1]; Ryan A. da SILVA[2]; Renato M. PEREIRA[3]

RESUMO

O projeto propõe uma análise da relação entre dois paradoxos: o Paradoxo de Russell e o Paradoxo do Barbeiro. O paradoxo de Russell surgiu no contexto da Teoria dos Conjuntos, levantando questões sobre a natureza dos conjuntos infinitos; já o Paradoxo do Barbeiro é uma situação hipotética que envolve um barbeiro, conduzindo a um impasse lógico e demonstrando a complexidade de se lidar com paradoxos na prática. Durante os estudos, foram realizadas leituras de obras que dissertam sobre a teoria de conjuntos, lógica matemática e filosofia matemática, para compreender suas origens e características. Através da investigação desses dois paradoxos, busca-se compreender como ambos se relacionam e como podem ser analisados sob uma perspectiva filosófica e lógica, além de enriquecer o conhecimento sobre a natureza do infinito, a lógica matemática e a complexidade referente à abstração e formalização de conceitos.

Palavras-chave: Paradoxos; Axiomas; Teoria dos Conjuntos.

1. INTRODUÇÃO

Desde os primórdios da filosofia e da lógica, paradoxos têm desafiado a compreensão da realidade e do próprio pensamento humano. Entre os mais notórios estão o Paradoxo de Russell, que questiona a definição de conjuntos que não pertencem a si mesmos; e o Paradoxo do Barbeiro, uma versão folclórica do paradoxo de Russell, envolvendo um barbeiro que corta o cabelo somente daqueles que não o cortam. Ambos são enigmas intrincados que lançam luz sobre as complexidades das teorias da auto-referência e da autorregulação. Embora aparentemente desconexos, esses paradoxos compartilham raízes profundas na tentativa de compreender a natureza dos conjuntos, membros e inclusões. Neste artigo, será explorado as origens históricas e conceituais desses paradoxos, analisando suas semelhanças e divergências, e investigando como eles desafiam os próprios fundamentos da lógica clássica. Ao fazer isso, busca-se uma maior compreensão das estruturas complexas que emergem quando os sistemas formais tentam dar conta de sua própria complexidade, oferecendo insights sobre os limites da razão humana e as fronteiras da própria lógica.

2. FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA

O estudo se baseia em obras fundamentais, como "Teoria dos Conjuntos" (2012), "Elementos da Teoria dos Conjuntos" (2013) e "Lógica Matemática" (2019) de Rogério Augusto

1 Bolsista PIBIC/CNPq, IFSULDEMINAS – Campus Muzambinho. E-mail: llemesfigr@gmail.com

2 Bolsista PIBIC/CNPq, IFSULDEMINAS – Campus Muzambinho. E-mail: ryanalexandre690@gmail.com

3 Orientador, IFSULDEMINAS – Campus Muzambinho. E-mail: renato.pereira@muz.ifsuldeminas.edu.br

dos Santos Fajardo. A exploração dessas obras visa ampliar o entendimento sobre a origem dos conjuntos e a concepção dos conjuntos infinitos. O autor destaca que a transição da noção de conjunto de objetos concretos para objetos abstratos leva diretamente à noção de infinito, o que gerou diversos paradoxos e exigiu estudos aprofundados e novas teorias.

Bertrand Russell assume um papel central, especialmente em "Introdução à Filosofia Matemática" (1974), onde ele aborda questões filosóficas, lógicas e matemáticas relacionadas à Teoria dos Conjuntos. Para contextualizar e dialogar com outros autores analíticos, o projeto inclui um estudo minucioso de obras como "Computabilidade, Funções Computáveis, Lógica e os Fundamentos da Matemática" de Walter Carnielli e Richard L. Epstein (2006), "Introdução aos Fundamentos da Matemática" de Newton Carneiro Affonso da Costa (1977) e "Filosofia das Lógicas" de Susan Haack (2002). Esses autores abordam as concepções de três principais correntes dos fundamentos da matemática: o logicismo de Russell, o intuicionismo de Brouwer e o formalismo de Hilbert. Com isso, pretende-se compreender os princípios da filosofia matemática e a origem dos paradoxos nessa história complexa dos grandes pensadores.

3. MATERIAL E MÉTODOS

Os métodos utilizados foram a leitura de obras relevantes para o escopo do projeto, abrangendo tópicos específicos da pesquisa. A análise dessas obras forneceram uma base sólida de conhecimento sobre o assunto, permitindo uma compreensão aprofundada da área de estudo.

Durante o decorrer do projeto, foram realizadas reuniões entre os membros da equipe de pesquisa e o professor orientador. Essas reuniões foram essenciais para discutir o progresso e receber orientação especializada do projeto. O orientador desempenhou um papel crucial ao esclarecer dúvidas e estimular a reflexão crítica.Além das reuniões com o professor orientador, foi feita uma reunião adicional com uma professora e doutora na área de Língua Portuguesa; a qual auxiliou compartilhando conhecimentos especializados sobre aspectos linguísticos, gramaticais e semânticos para melhor compreensão da leitura e análise dos paradoxos em questão.

4. RESULTADOS E DISCUSSÃO

Os paradoxos sempre despertaram a curiosidade e o fascínio de filósofos e estudiosos da linguagem. Um exemplo intrigante é o Paradoxo do Barbeiro, que também está ligado aos axiomas. Esse paradoxo é uma figura de linguagem que expressa uma ideia contrastante e traz consigo uma aparente contradição. Nesse contexto, os axiomas referem-se a afirmações fundamentais em um sistema, consideradas verdadeiras sem a necessidade de prova, e que servem como base para a construção da lógica ou da teoria (SANTOS, 2014, p. 1-4).

O Paradoxo do Barbeiro é ilustrado por meio da história de um barbeiro em Sevilha que possui uma peculiar restrição em seus serviços: ele somente corta o cabelo de todas as pessoas que não cortam seu próprio cabelo. A contradição emerge das palavras "só" e "todas" presentes na descrição. A palavra "só" indica uma restrição, limitando a quem o barbeiro pode atender, enquanto a palavra "todas" parece abranger um grupo generalizado de pessoas que utilizam os serviços do barbeiro.

Neste contexto, explora-se as diferentes funções sintáticas e semânticas dessas palavras no paradoxo. O advérbio "só" cria uma condição específica para que uma pessoa possa ser atendida pelo barbeiro, enquanto o pronome "todas" parece abarcar um conjunto maior de indivíduos que se enquadram nas condições impostas. Essa aparente incompatibilidade entre as funções das palavras é o que leva ao paradoxo, desafiando a intuição e compreensão lógica. Para entender as implicações do paradoxo do barbeiro, foram examinados os conceitos de autorreferência e autorreferencialidade na linguagem, uma vez que eles desempenham um papel central na criação e resolução de paradoxos.

O paradoxo de Russell, formulado pelo filósofo e matemático Bertrand Russell no início do século XX, centra-se na aparente contradição inerente à teoria dos conjuntos, lançando questionamentos profundos sobre a estrutura dos fundamentos matemáticos. O paradoxo de Russell desempenhou um papel importante no desenvolvimento da teoria dos conjuntos e da lógica matemática, levando a revisões nos fundamentos da matemática no século XX. Para evitar paradoxos como esse, foram propostos axiomas e sistemas formais mais cuidadosos, como o conjunto de axiomas de Zermelo-Fraenkel e a teoria dos conjuntos de von Neumann-Bernays-Gödel. Essas teorias procuram estabelecer uma base sólida para a matemática e evitar contradições lógicas como a encontrada no paradoxo de Russell.

O Paradoxo do Barbeiro na sua versão folclórica e o Paradoxo de Russell são dois enigmas que despertaram grande interesse no campo da lógica e filosofia. Ambos compartilham uma característica intrincada: a questão da inexistência de um conjunto universal, ou seja, um conjunto que contenha todos os conjuntos.

Portanto, é evidente que a versão folclórica do Paradoxo do Barbeiro e o Paradoxo de Russell compartilham uma ligação profunda por meio de sua abordagem da ausência de um conjunto universal. Ambos desafiam a noção de auto-inclusão e auto-exclusão em conjuntos, levando a implicações paradoxais que continuam a intrigar estudiosos e filósofos, ressaltando a rica complexidade e os desafios contínuos presentes na teoria dos conjuntos e na lógica.

5. CONCLUSÃO

Ao examinar a complexidade dos paradoxos, percebe-se o desafio que eles lançam sobre a compreensão da realidade e do pensamento. Tanto o Paradoxo de Russell quanto o Paradoxo do

Barbeiro, embora aparentemente distintos, compartilham uma característica fundamental que os aproxima: a inexistência de um conjunto universal. O artigo traçou as origens históricas e conceituais desses enigmas, explorando seus pontos de convergência e divergência, e examinando como eles desafiam os próprios alicerces da lógica clássica. Essa análise permitiu obter entendimento mais aprofundado das estruturas complexas que surgem quando sistemas formais buscam abranger sua própria complexidade, evidenciando as limitações do pensamento humano e as fronteiras da própria lógica.

REFERÊNCIAS

CARNIELLI, W. A. & EPSTEIN, R. L. **Computabilidade, Funções Computáveis, Lógica e os Fundamentos da Matemática**. São Paulo: Editora UNESP, 2006.

COSTA, Newton C. A. **Introdução aos Fundamentos da Matemática**. *2ed*. São Paulo: Hucitec, 1977.

FAJARDO, R. A. S. **Lógica Matemática**. Académica. Vol. 88. São Paulo: EDUSP, 2019.

FAJARDO,R. A. S. **Teoria dos Conjuntos**. 2012. Disponível em: https://www.ime.usp.br/~fajardo/Conjuntos.pdf. Acesso em: 24 de outubro de 2022.

FAJARDO, R. A. S. **Elementos da Teoria dos Conjuntos**. 2013. Disponível em: https://www.ime.usp.br/~fajardo/Elementos_Conjuntos.pdf. Acesso em: 24 de outubro de 2022.

HAACK, S. [1978]. **Filosofia das lógicas**. Tradução: Cezar Augusto Mortari e Luiz Henrique de Araújo Dutra. São Paulo: Editora Unesp, 2002.

RUSSELL, B. (1974). **Introdução à Filosofia Matemática**. Tradução de Giasone Rebuá. 3ed. Rio de Janeiro: Zahar. Disponível em: https://marcosfabionuva.files.wordpress.com/2011/08/introduc3a7c3a3o-c3a0-filosofia-matemc3a1tica.pdf . Acesso em 24 de outubro de 2022.

SANTOS, M. C. N. **Principais Axiomas da Matemática.** Axiomas Matemáticos, 2014.